

## Pozicione srednje vrijednosti

### MODUS I MEDIJANA

1

## Srednje vrijednosti – Modus

Pozicione srednje vrijednosti se određuju na osnovu mjesta – pozicije koju zauzimaju u seriji.

**Modus** je vrijednost obilježja koje u posmatranoj seriji ima najveću frekvenciju – najčešće se javlja i zato je najtipičnija vrijednost u seriji.

2

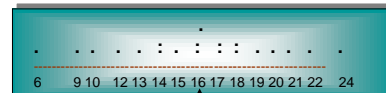
## Srednje vrijednosti – Modus

Kada je u jednoj seriji samo jedna vrijednost obilježja sa najvećom frekvencijom kažemo da je unimodalna.

Ako postoje dvije ili više takvih vrijednosti, serija je bimodalna, odnosno multimodalna.

3

## Modus



Modus = 16

**Modus** je vrijednost obilježja koja se najčešće javlja u seriji. To je vrijednost sa **najvećom frekvencijom**.

4

## Modus

- Ne zavisi od članova serije
- Serija po broju modusa može biti:
  1. Unimodalna – jedinstven modus
  2. Bimodalna – dva modusa
  3. Multimodalna – više.
- Nedostatak modusa

PRIMJER: U seriji sa podacima: 34, 12, 4, 3 i 17, modus nije definisan.

5

## Primjer 1

- 50 Domaćinstava imalo je sljedeće dnevne potrošnje hljeba u kg.
- Dakle, u 50 datih domaćinstava najčešće se troši 2 kg hljeba dnevno.

Hljev u kg	Broj domaćinstava	
0.5	6	
1	7	
1.5	9	
<u>2</u>	18	← Modus
2.5	5	
3	3	
3.5	2	
<b>Ukupno</b>	<b>50</b>	

6

## Srednje vrijednosti – Modus

Za serije grupnih podataka modus nije lako uočljiv. Treba ga tražiti u intervalu sa najvećom frekvencijom, koji se naziva modalnim.

7

## Modus za podatke grupisane u intervalne grupe

$$M_o = L_1 + \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)} i$$

- $L_1$  – donja granica klase u kojoj se nalazi modus
- $f_1$  – frekvencija susjedne klase sa manjim vrijednostima obilježja
- $f_2$  – modalna frekvencija
- $f_3$  - frekvencija susjedne klase sa većim vrijednostima obilježja
- $i$  – širina grupnog intervala

8

## Primjer 2

Potrošnja ulja u l	Broj domaćinstava
0,75 – 1,25	18
1,25 – 1,75	48
1,75 – 2,25	72
2,25 – 2,75	89
2,75 – 3,25	99
3,25 – 3,75	90
3,75 – 4,25	75
4,25 – 4,75	60
$\Sigma$	551

Izračunati modus

## Primjer 2

Potrošnja ulja u l	Broj domaćinstava
0,75 – 1,25	18
1,25 – 1,75	48
1,75 – 2,25	72
2,25 – 2,75	89
2,75 – 3,25	99
3,25 – 3,75	90
3,75 – 4,25	75
4,25 – 4,75	60
$\Sigma$	551

$$M_o = L_1 + \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)} i$$

$$M_o = 2,75 + \frac{99 - 89}{(99 - 89) + (99 - 90)} 0,5$$

Širina intervala  $i=0,5$

$$M_o = 2,75 + \frac{10}{19} 0,5 = 2,78$$

## Primjer 3

Broj neispravnih proizvoda	Broj nabavki
Interval	$f$
10-14	2
14-18	5
18-22	5
22-26	8
26-30	14
30-34	8
34-38	4
Ukupno	46

$$L_1 = 26$$

$$f_1 = f_3 = 8$$

$$f_2 = 14$$

$$i = 4$$

$$M_o = 26 + \frac{6}{6 + 6} \cdot 4 = 28$$

11

## Srednje vrijednosti – Modus

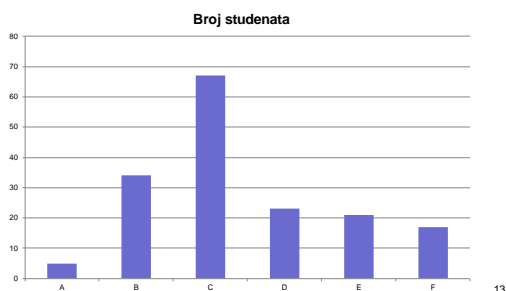
Modus se može približno izračunati ako su poznate medijana i aritmetička sredina i to kod onih distribucija frekvencije koje su nedovoljno simetrične, preko relacije:

$$M_o = 3M_e - 2\bar{X}$$

12

## Srednje vrijednosti – Modus

Vrijednost modusa se može odrediti i grafičkim putem



13

## Srednje vrijednosti – Medijana

Medijana je ona vrijednost obilježja koja se nalazi u sredini serije uređene po veličini obilježja, odnosno to je vrijednost obilježja koja dijeli sumu svih frekvencija na dva jednaka dijela, tako da jedna polovina obuhvaćenih slučajeva ima manju, a druga polovina veću vrijednost od medijane.

14

## Srednje vrijednosti – Medijana

Medijana je jednaka srednjoj vrijednosti središnjeg člana serije podataka koji su rangirani po rastućem poretku.

Ona dijeli seriju rangiranih podataka na dva jednaka dijela.

Izračunavanje medijane podrazumijeva dva koraka:

1. Rangiranje podataka od najnižeg ka najvišem.
2. Pronalaženje središnjeg člana. Vrijednost ovog člana je jednaka medijani.

15

## Medijana

- **Medijana** je središnja vrijednost serije uređene po veličini. Dijeli seriju na dva jednaka dijela.
- Negrupisani podaci:

**Neparan broj podataka**

**Paran broj podataka**

$$Me = x_{\frac{n+1}{2}}$$

$$Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

16

## Primjer 4

- Kontrolom mase 9 pakovanja kafe mase od 1000 grama, dobijeni su rezultati: 980, 975, 1010, 995, 1000, 1005, 998, 1002 i 1001. Odrediti medijanu.

### • RJEŠENJE

Kako se ovdje radi o negrupisanim podacima i neparnim brojem podataka, moraju se prvo podaci poredati po veličini u rastući niz:

975 980 995 998 1000 1001 1002 1005 1010,  
 $x_1$   $x_2$   $x_3$   $x_4$   $x_5$   $x_6$   $x_7$   $x_8$   $x_9$

Na osnovu formule dobija se:

$$Me = x_{\frac{9+1}{2}} = x_5 = 1000$$

17

## Primjer 5 - Medijana

Sales Sorted\_Sales

9	6
6	9
12	10
10	12
13	13
15	14
16	14
14	15
14	16
16	16
17	16
16	17
24	17
21	18
22	18
18	19
19	20
18	21
20	22
17	24

$$Me = \frac{x_{\frac{20}{2}} + x_{\frac{20}{2}+1}}{2} = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{16 + 16}{2} = 16$$

Medijana

18

## Medijana – grupisani podaci bez intervalnih grupa

- Važe iste formule za paran i neparan broj podataka
- Treba izračunati kumulativne frekvencije
- Kumulante “ispod” i “iznad”
- PRIMJER 6.: Na osnovu rasporeda nastanjenih stanova prema broju lica, odrediti medijanu.

19

## Rješenje

Broj lica x	Broj stanova f	Kumulacija (fk)	
		ispod	iznad
1	259	259	2491
2	460	719	2232
3	478	1197	1772
4	564	1761	1294
5	282	2043	730
6	200	2243	448
7	248	2491	248
<b>Ukupno</b>	<b>2491</b>		

$$Me = x(2491+1) / 2 = x1246 = 4$$

20

Primjer 7: Na osnovu rasporeda domaćinstava prema mjesečnoj potrošnji jestivog ulja, odrediti medijanu.

Mjesečna potrošnja ulja u l x	Broj dom. f	Kumulacija (fk)	
		ispod	iznad
1	80	80	800
2	140	220	720
3	170	390	580
4	200	590	410
5	110	700	210
6	70	770	100
7	30	800	30
<b>Ukupno</b>	<b>800</b>		

21

## Rješenje

$$Me = \frac{x_{800} + x_{800+1}}{2} = \frac{x_{400} + x_{401}}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4$$

- Polovina domaćinstava troši manje od 4 l ulja mjesečno, a polovina više.

22

## Srednje vrijednosti – Medijana

Za serije grupisanih podataka medijana se dobija interpolacijom između donje i gornje granice intervala grupe u kojoj se nalazi medijana.

23

## Medijana – podaci grupisani u intervale

$$M_e = L_1 + \frac{N - \sum f_1}{f_{Me}} i$$

- $L_1$  – donja granica medijanskog intervala
- $N$  – broj podataka u seriji
- $\sum f_1$  – zbir frekvencija (kumulanta) predmedijanskog intervala
- $f_{Me}$  – stvarna frekvencija medijanskog intervala
- $i$  – širina grupnog intervala

24

## Primjer 8

Potrošnja ulja u l	Broj domaćinstava
0,75 – 1,25	18
1,25 – 1,75	48
1,75 – 2,25	72
2,25 – 2,75	89
2,75 – 3,25	99
3,25 – 3,75	90
3,75 – 4,25	75
4,25 – 4,75	60
Σ	551

Izračunati medijanu

Potrošnja ulja u l	Broj domaćinstava	Kumulacija	
		Ispod	Iznad
x	f		
0,75 – 1,25	18	18	551
1,25 – 1,75	48	66	533
1,75 – 2,25	72	138	485
2,25 – 2,75	89	227	413
2,75 – 3,25	99	326	324
3,25 – 3,75	90	416	225
3,75 – 4,25	75	491	135
4,25 – 4,75	60	551	60
Σ	551		

$$\frac{N}{2} = \frac{551}{2} = 275,5$$

- $N/2=551/2=275,5$
- $i=0,5$

$$M_e = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum f_i}{f_{Me}} i = 2,75 + \frac{551}{99} - 227 \cdot 0,5 = 2,75 + 0,24 = 2,99$$

27

Primjer 9: Na osnovu raspodjele zarada među radnicima jednog preduzeća, odrediti medijanu.

Mjesečna zarada	Broj radnika	Kumulacija (fk)
1450.1-1550	1	1
1550.1-1650	3	4
1650.1-1750	6	10
1750.1-1850	11	21
1850.1-1950	20	41
1950.1-2050	25	66
2050.1-2150	18	84
2150.1-2250	9	93
2250.1-2350	5	98
2350.1-2450	2	100
<b>Ukupno</b>	<b>100</b>	

28

## Rješenje

- $N/2=100/2=50$
- $i=100$
- Polovina radnika prima manje od 1986,1€, a polovina više od tog iznosa.

$$M_e = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum f_i}{f_{Me}} i = 1950,1 + \frac{100}{25} - 41 \cdot 100 = 1950,1 + 36 = 1986,1$$

29

## Srednje vrijednosti – Medijana

Medijana se ne može odrediti kada otvoreni grupni interval sadrži više od polovine svih jedinica

30

## Kvartili

- Kvartili su one vrijednosti u seriji koje je dijele na četvrtine.
- Prvi kvartil je vrijednost ispod koje se nalazi 1/4 podataka.
- Drugi kvartil je vrijednost ispod koje se nalazi 1/2 podataka. To je ustvari medijana.
- Treći kvartil je vrijednost ispod koje se nalaze 3/4 podataka.

31

## Primjer 9 - Kvartili

Sales	Sorted Sales		$(n+1)P/100$	Kvartili
9	6			
6	9			
12	10			
10	12			
13	13	← Prvi kvartil	$(20+1)25/100=5.25$	$13 + (.25)(1) = 13.25$
15	14			
16	14			
14	15			
14	16			
16	16	← Medijana	$(20+1)50/100=10.5$	$16 + (.5)(0) = 16$
17	16			
16	17			
24	17			
21	18			
22	18	← Treći kvartil	$(20+1)75/100=15.75$	$18 + (.75)(1) = 18.75$
18	19			
19	20			
18	21			
20	22			
17	24			

32